

INSTITUTO PARA LA PROMOCION DE LA ENSEÑANZA  
DE LAS MATEMATICAS

**Instituto de Verano**

FEBRERO — MARZO

**1964**

# LOGICA

POR

**Francisco Miró Quesada**

LIMA — PERU



EDITADO POR EL MINISTERIO  
DE EDUCACION PUBLICA.—  
DISTRIBUCION GRATUITA.

## PROLOGO

El gran filósofo Kant concebía a la razón como un sistema arquitectónico. Al hacer esto, no sólo estaba en la verdad, sino que daba forma y acabado a una concepción que se inicia en el ámbito de la cultura helénica y que, al pasar a Occidente, se va desarrollando hasta llegar a la plena conciencia con el florecimiento de la filosofía y de las ciencias modernas. La razón es el arquitecto de universo, la gran ordenadora conceptual del cosmos. Y de todas las manifestaciones de la razón, la que cumple de manera más cabal esta función arquitectónica es la matemática. En la organización perfecta, en la construcción de sistemas partiendo de elementos y aplicando reglas precisas, la matemática cumple al máximo la exigencia de la razón y hace posible la constitución de las otras ciencias.

Como toda estructura arquitectónica, la matemática presenta un cuádruple aspecto: los cimientos, el material constructivo, la técnica constructiva y la forma misma del edificio o sistema. Hasta fines del siglo XVIII, los edificios elaborados por la razón matemática, daban la impresión del aislamiento o de la mera superposición. Tanto los cimientos, como el material constructivo y la técnica de construcción parecían específicos para cada sistema. Pero la exigencia de unidad que caracteriza a toda concepción arquitectónica racional, impulsó a los matemáticos modernos a buscar una dimensión más profunda desde la cual el inmenso panorama de las matemáticas pudiera contemplarse como un todo armónico. Pronto se descubrió que los diversos edificios no eran inconexos y que existía una comunidad esencial en sus cimientos. Y se vió también que el material constructivo no era tampoco específico sino que podía emplearse el mismo en las diversas construcciones. Al poco tiempo se comprobó que el método de construcción (derivación de teoremas) era también el mismo en todos los casos y se ganó una nueva visión de las matemáticas. Lo realmente específico es el aspecto del edificio construido, pero todos los demás factores, cimientos, material y técnica son comunes. Estos tres factores constituyen lo que modernamente se llama los fundamentos de la ciencia matemática y su estudio es imprescindible para esclarecer el concepto de lo que es esta ciencia, de su unidad, de

## II

su desarrollo y de sus posibilidades. La investigación de los fundamentos se ha realizado a través de la constitución de ciertas disciplinas que, además de su utilidad auxiliar para comprender el sentido de las disciplinas restantes, presentan en sí mismas aspectos matemáticos de la más alta importancia que justifican su estudio de manera aislada.

Las disciplinas que estudian el fundamento de las matemáticas son la teoría de los conjuntos, la lógica y la metamatemática. La teoría de los conjuntos permite estudiar los cimientos y el material de construcción, y la lógica las técnicas constructivas. La metamatemática estudia las posibilidades de las técnicas constructivas, su poder de creación y la seguridad que ofrecen. Su contenido, dividido en dos grandes capítulos, sintaxis y semántica, presupone el conocimiento de las dos disciplinas restantes y es demasiado avanzado para abordarlo en el presente curso. Pero el estudio de la lógica será suficiente para darnos una idea de lo que significa el estudio de los fundamentos.

Todas las grandes teorías matemáticas se constituyen en el nivel más riguroso, por medio de conjuntos de postulados, de los cuales se derivan los teoremas. La formulación de los postulados, el análisis de sus relaciones con los elementos de la doctrina matemática que determinan, el lenguaje que es necesario emplear para expresarlos con rigor, atañe a los cimientos de los sistemas matemáticos. La teoría de los conjuntos permite esclarecer estos aspectos esenciales, descubrir su unidad, sus caracteres comunes y específicos y brinda el lenguaje para expresar con rigor estas diversas modalidades. Pero hace posible sobre todo, considerar todos los sistemas de postulados, cualesquiera que ellos sean, como la enunciación del cumplimiento de ciertas propiedades y relaciones entre conjuntos determinados de elementos. Permite además descubrir la unidad del material constructivo del edificio matemático, es decir la unidad profunda de los conceptos empleados por las diversas teorías. La posibilidad de reducir el concepto de número natural al de conjunto y de definir todos los conceptos fundamentales de las disciplinas analíticas, por medio del número natural, muestra que el concepto de conjunto es la gran piedra constructiva de la arquitectura matemática. El concepto de conjunto permite pues descubrir la unidad sorprendente del edificio matemático, y revela como, partiendo de los pensamientos más

simples y abstractos, es posible realizar las construcciones más ricas y complejas.

Mediante la aplicación de los principios de la lógica, es posible derivar los teoremas de los conjuntos de postulados. Si se tiene en cuenta que todos los sistemas de postulados expresan condiciones que deben ser cumplidas por elementos que pertenecen a conjuntos determinados, y que el concepto de número, el concepto matemático fundamental, es reductible al concepto de conjunto, llegamos a la conclusión de que por medio del concepto de conjunto y de la lógica, se puede elaborar la totalidad del edificio matemático. La teoría de los conjuntos y la lógica, son por eso disciplinas fundamentales, son teorías que permiten establecer sobre sólidas bases las diversas doctrinas matemáticas.

En las líneas que siguen vamos a dar una idea elemental de la lógica y de la manera como élla se aplica para construir el edificio matemático, la más grandiosa creación de la razón humana.

-oOo-

El Instituto para la Promoción de la Enseñanza  
de las Matemáticas ha donado este libro a

*Rubén Roa Díaz Ribeyros*

participante a Instituto de Verano para maestros  
de Matemática de 1964

Lima, 1° de Febrero de 1964